

9 2次方程式(1)

$A \times B = 0$ ならば $A = 0$ または $B = 0$

例 次の2次方程式を解きなさい。

(1) $(x+4)(x-2) = 0$

$x+4 = 0$ または $x-2 = 0$

$x = -4, x = 2$

《A問題》

1. 次の2次方程式を解きなさい。

$(x-2)(x+5) = 0$

$x-2 = 0$ または $x+5 = 0$
 $x = 2$, $x = -5$

$(x+3)(x+6) = 0$

$x+3 = 0$ または $x+6 = 0$

$x = -3$, $x = -6$

$x^2 + 6x = 0$

$x(x+6) = 0$

$x = 0$ または $x+6 = 0$
 $x = 0$, $x = -6$

例 次の2次方程式を解きなさい。

(1) $x^2 - 4x + 3 = 0$

$(x-1)(x-3) = 0$

$x-1 = 0$ または $x-3 = 0$

$x = 1, x = 3$

2. 次の2次方程式を解きなさい。

$x^2 - 3x + 2 = 0$

$(x-1)(x-2) = 0$

$x-1 = 0$ または $x-2 = 0$
 $x = 1$, $x = 2$

$x^2 + 6x + 9 = 0$

$(x+3)^2 = 0$

$x+3 = 0$
 $x = -3$

$x^2 - 4x + 4 = 0$

$(x-2)^2 = 0$

$x-2 = 0$

$x = 2$

$x^2 - 25 = 0$

$(x+5)(x-5) = 0$

$x+5 = 0$ または $x-5 = 0$

$x = -5$, $x = 5$

《B問題》

3. 次の2次方程式を解きなさい。

$(1-3x)(2+3x) = 0$

$1-3x = 0$ または $2+3x = 0$

$x = \frac{1}{3}$, $x = -\frac{2}{3}$

$3x^2 - 27x = 0$

$3x(x-9) = 0$

$3x = 0$ または $x-9 = 0$

$x = 0$, $x = 9$

$x^2 - 3x = 10$

$x^2 - 3x - 10 = 0$

$(x+2)(x-5) = 0$

$x+2 = 0$ または $x-5 = 0$

$x = -2$, $x = 5$

$3x^2 - 9x + 6 = 0$

$3(x^2 - 3x + 2) = 0$

$3(x-1)(x-2) = 0$

$x-1 = 0$ または $x-2 = 0$

$x = 1$, $x = 2$

《チャレンジ問題》

4. 次の2次方程式を解きなさい。

$(x+6)^2 - 9(x-6)^2 = 0$

$\{(x+6) + 3(x-6)\}\{(x+6) - 3(x-6)\} = 0$

$(x+6+3x-18)(x+6-3x+18) = 0$

$(4x-12)(-2x+24) = 0$

$4x-12 = 0$ または $-2x+24 = 0$

$x = 3$, $x = 12$

9 2次方程式(2)

例 次の2次方程式を解きなさい。

$$\begin{aligned} (1) \quad 4x^2 - 32 = 0 & \quad (2) \quad x^2 + 8x - 3 = 0 \\ 4x^2 = 32 & \quad x^2 + 8x = 3 \\ x^2 = 8 & \quad x^2 + 8x + 4^2 = 3 + 4^2 \\ \underline{x = \pm 2\sqrt{2}} & \quad (x+4)^2 = 19 \\ & \quad x+4 = \pm\sqrt{19} \\ & \quad \underline{x = -4 \pm \sqrt{19}} \end{aligned}$$

《A問題》

1. 次の2次方程式を解きなさい。

$$\begin{aligned} x^2 = 49 & \quad x^2 - 10 = 0 \\ x = \pm 7 & \quad x^2 = 10 \\ & \quad x = \pm\sqrt{10} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 9x^2 - 5 = 0 & \quad (x-1)^2 = 24 \\ 9x^2 = 5 & \quad x-1 = \pm 2\sqrt{6} \\ x^2 = \frac{5}{9} & \quad x = 1 \pm 2\sqrt{6} \\ x = \pm \frac{\sqrt{5}}{3} & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^2 + 10x - 1 = 0 \\ x^2 + 10x = 1 \\ x^2 + 10x + 5^2 = 1 + 5^2 \\ (x+5)^2 = 26 \\ x+5 = \pm\sqrt{26} \\ x = -5 \pm \sqrt{26} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^2 + 6x + 7 = 0 \\ x^2 + 6x = -7 \\ x^2 + 6x + 3^2 = -7 + 3^2 \\ (x+3)^2 = 2 \\ x+3 = \pm\sqrt{2} \\ x = -3 \pm \sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^2 - 10x + 3 = 0 \\ x^2 - 10x = -3 \\ x^2 - 10x + 5^2 = -3 + 5^2 \\ (x-5)^2 = 22 \\ x-5 = \pm\sqrt{22} \\ x = 5 \pm \sqrt{22} \end{aligned}$$

【解の公式】 2次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ の解は

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

である。

2. 次の2次方程式を解きなさい。

$$\begin{aligned} x^2 - 7x + 5 = 0 \\ a = \boxed{1}, b = \boxed{-7}, c = \boxed{5} \\ x = \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 \times 1 \times 5}}{2 \times 1} \\ x = \frac{7 \pm \sqrt{29}}{2} \\ 3x^2 + 5x + 1 = 0 \quad 2x^2 - 4x - 5 = 0 \\ x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \times 3 \times 1}}{2 \times 3} \quad x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \times 2 \times (-5)}}{2 \times 2} \\ x = \frac{-5 \pm \sqrt{13}}{6} \quad = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 40}}{4} \\ = \frac{4 \pm \sqrt{56}}{4} = \frac{4 \pm 2\sqrt{2}}{4} \\ x = \frac{2 \pm \sqrt{14}}{2} \end{aligned}$$

《B問題》

3. 次の2次方程式を解きなさい。

$$\begin{aligned} 4(x-3)^2 - 1 = 0 & \quad 0.2x^2 - \frac{14}{15}x - \frac{1}{3} = 0 \\ & \quad \text{両辺を15倍する} \\ 4(x-3)^2 = 1 & \quad 3x^2 - 14x - 5 = 0 \\ (x-3)^2 = \frac{1}{4} & \quad x = \frac{-(-14) \pm \sqrt{(-14)^2 - 4 \times 3 \times (-5)}}{2 \times 3} \\ x-3 = \pm \frac{1}{2} & \quad x = \frac{14 \pm \sqrt{256}}{6} \\ x = \pm \frac{1}{2} + 3 & \quad = \frac{14 \pm 16}{6} = \frac{30}{6}, \frac{-2}{6} \\ x = \frac{7}{2}, x = \frac{5}{2} & \quad x = 5, x = -\frac{1}{3} \end{aligned}$$

9 2次方程式(3)

【方程式を使って問題を解く手順】

- 1 問題の意味を考えて何を x で表すかを定める。
- 2 問題に含まれている数量を x を使って表す。
- 3 等しい関係に着目して、方程式を作る。
- 4 方程式を解く。
- 5 方程式の解が問題にあうかどうかを確かめる。

例 連続する2つの正の整数がある。それぞれを2乗した和が113であるとき、これらの整数を求めなさい。

【解答】小さい整数を x とすると、連続する正の整数は $x, x+1$ と表わされる。

$$x^2 + (x+1)^2 = 113$$

$$2x^2 + 2x - 112 = 0$$

$$x^2 + x - 56 = 0$$

$$(x-7)(x+8) = 0$$

$$x = 7, x = -8$$

x は正の整数だから $x = -8$ は問題にあわない。
 $x = 7$ のとき、連続する2つの正の整数は7, 8となり、問題にあっている。

答 7, 8

《A問題》

1. にあてはまる数や記号、式を書きなさい。
 連続する3つの正の整数がある。最も小さい数と最も大きい数の積は真ん中の数の4倍より4大きいという。真ん中の数を求めなさい。

【解答】求める真ん中の数を x とすると連続する3つの正の整数は , x , と表せる。

$$\left(\text{input} \right) \left(\text{input} \right) = \text{input} \times 4 + 4$$

$$\begin{aligned} \text{input} &= x^2 - 1 \\ \text{input} &= x^2 - 4x - 5 \end{aligned} = 4x + 4 = 0$$

$$\left(\text{input} \right) \left(\text{input} \right) = 0$$

$$x = \text{input}, x = \text{input}$$

x は正の整数だから $x = \text{input}$ は問題にあわない。
 $x = \text{input}$ のとき、連続する3つの正の整数は

- となり、問題にあっている。

答

長方形の縦の長さを x m とすると、横の長さは $(x+3)$ m と表せる。

$$x(x+3) = 40$$

$$x^2 + 3x - 40 = 0$$

$$(x+8)(x-5) = 0$$

これを解くと、 $x = -8, 5$

x は正の整数だから $x = -8$ は問題にあわない。
 $x = 5$ のとき、横の長さは 8 m となり、問題にあっている。

答 5 m

《B問題》

2.

ある負の整数を x とすると連続する3つの負の偶数は $2x-4, 2x-2, 2x$ と表せる。

$$(2x-4)^2 + (2x-2)^2 + (2x)^2 = 308$$

これを解くと

$$4x^2 - 16x + 16 + 4x^2 - 8x + 4 + 4x^2 = 308$$

$$12x^2 - 24x - 288 = 0$$

$$x^2 - 2x - 24 = 0$$

$$(x-6)(x+4) = 0$$

よって $x = -4, x = 6$

x は負の整数だから $x = 6$ は問題にあわない。
 $x = -4$ のとき、連続する3つの負の偶数は $-12, -10, -8$ となり、問題にあっている。

答 - 8

求める正方形の1辺の長さを x cm とする。

長方形の縦の長さは $(x+4)$ cm,

横の長さは $(x-2)$ cm と表せる。

$$(x+4)(x-2) = 55$$

$$x^2 + 2x - 8 - 55 = 0$$

$$x^2 + 2x - 63 = 0$$

$$(x+9)(x-7) = 0$$

これを解くと $x = 7, x = -9$

x は正の数だから $x = -9$ は問題にあわない。
 $x = 7$ のとき、問題にあっている。

答 7 cm