

## 8 平方根 ( 1 )

### 【平方根】

2乗すると  $a$  になる数を  $a$  の平方根という。

例 ・ 9の平方根は3と-3

(まとめて表すと  $\pm 3$ )

・ 5の平方根は  $\sqrt{5}$  と  $-\sqrt{5}$

(まとめて表すと  $\pm\sqrt{5}$ )

$$\cdot (\sqrt{5})^2 = 5 \quad \cdot (-\sqrt{5})^2 = 5$$

### 【平方根の積と商】

$a, b$  が正の数のとき, 次のことが成り立つ。

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab} \quad \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

例 ・  $\sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{2 \times 3} = \sqrt{6}$

$$\cdot \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{10}{5}} = \sqrt{2}$$

### 《A問題》

1. 次の数の平方根を求めなさい。

36

49

$\pm 6$

$\pm 7$

6

10

$\pm\sqrt{6}$

$\pm\sqrt{10}$

2. 次の数を求めなさい。

$$(\sqrt{3})^2$$

$$(\sqrt{6})^2$$

$$= 3$$

$$= 6$$

$$(-\sqrt{13})^2$$

$$(\sqrt{0.5})^2$$

$$= 13$$

$$= 0.5$$

### 【平方根の大小】

正の数  $a, b$  について,  $a < b$  ならば  $\sqrt{a} < \sqrt{b}$

例 ・  $5 < 6$  だから  $\sqrt{5} < \sqrt{6}$

・  $15 < 16$  だから  $\sqrt{15} < \sqrt{16}$   
よって  $\sqrt{15} < 4$

3. 次の数の大小を, 不等号を使って表しなさい。

$$\sqrt{10} < \sqrt{15}$$

$$\sqrt{24} < 5$$

$$\sqrt{25}$$

$$\frac{7}{2} > \sqrt{10}$$

$$-\sqrt{16.2} < -4$$

$$\sqrt{\frac{49}{4}} \quad \sqrt{\frac{40}{4}}$$

$$-\sqrt{16}$$

4. 次の数を  $\sqrt{a}$  の形にしなさい。

$$\sqrt{3} \times \sqrt{5} = \sqrt{15}$$

$$\sqrt{7} \times \sqrt{2} = \sqrt{14}$$

$$\frac{\sqrt{21}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{21}{3}} = \sqrt{7}$$

$$\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{6}} = \sqrt{\frac{18}{6}} = \sqrt{3}$$

### 【根号をふくむ式の変形】

$a, b$  が正の数のとき,  $\sqrt{a^2 \times b} = a\sqrt{b}$

例 ・  $3\sqrt{2} = \sqrt{3^2 \times 2} = \sqrt{9 \times 2} = \sqrt{18}$

$$\cdot \sqrt{18} = \sqrt{9 \times 2} = \sqrt{3^2 \times 2} = 3\sqrt{2}$$

5. 次の数を  $\sqrt{a}$  の形にしなさい。

$$2\sqrt{2} = \sqrt{4 \times 2} = \sqrt{8}$$

$$4\sqrt{3} = \sqrt{16 \times 3} = \sqrt{48}$$

$$\frac{\sqrt{12}}{2} = \sqrt{\frac{12}{4}} = \sqrt{3}$$

$$\frac{\sqrt{27}}{3} = \sqrt{\frac{27}{9}} = \sqrt{3}$$

6. 次の数を  $a\sqrt{b}$  の形にしなさい。

$$\sqrt{24} = \sqrt{4 \times 6} = 2\sqrt{6}$$

$$\sqrt{75} = \sqrt{25 \times 3} = 5\sqrt{3}$$

$$\sqrt{200} = \sqrt{100 \times 2}$$

$$\sqrt{\frac{13}{81}} = \sqrt{\frac{13}{9 \times 9}}$$

$$= 10\sqrt{2}$$

$$= \frac{\sqrt{13}}{9}$$

## 8 平方根 ( 2 )

### 【平方根の乗法と除法】

例	$\cdot \sqrt{6} \times 3\sqrt{2}$	$\cdot 2\sqrt{21} \div \sqrt{3}$
	$= 3 \times \sqrt{6} \times \sqrt{2}$	$= \frac{2\sqrt{21}}{\sqrt{3}}$
	$= 3 \times \sqrt{2 \times 3 \times 2}$	$= 2 \times \sqrt{\frac{21}{3}}$
	$= 3 \times 2\sqrt{3}$	$= 2\sqrt{7}$
	$= 6\sqrt{3}$	

### 《A問題》

1. 次の計算をなさい。

$2\sqrt{5} \times \sqrt{10}$	$5\sqrt{3} \times \sqrt{15}$
$= 2 \times \sqrt{5 \times 5 \times 2}$	$= 5 \times \sqrt{3 \times 3 \times 5}$
$= 2 \times 5 \times \sqrt{2}$	$= 5 \times 3 \times \sqrt{5}$
$= 10\sqrt{2}$	$= 15\sqrt{5}$

$5\sqrt{10} \div \sqrt{2}$	$4\sqrt{14} \div \sqrt{7}$
$= 5\sqrt{5}$	$= 4\sqrt{2}$

### 【平方根の加法と減法】

例	$\cdot 2\sqrt{3} + 4\sqrt{3}$	$\cdot 3\sqrt{5} - \sqrt{5}$
	$= (2+4)\sqrt{3}$	$= (3-1)\sqrt{5}$
	$= 6\sqrt{3}$	$= 2\sqrt{5}$

2. 次の計算をなさい。

$8\sqrt{6} + 2\sqrt{6}$	$5\sqrt{7} + \sqrt{7}$
$= (8+2)\sqrt{6}$	$= (5+1)\sqrt{7}$
$= 10\sqrt{6}$	$= 6\sqrt{7}$

$7\sqrt{2} - 6\sqrt{2}$	$\sqrt{3} - 4\sqrt{3}$
$= (7-6)\sqrt{2}$	$= (1-4)\sqrt{3}$
$= \sqrt{2}$	$= -3\sqrt{3}$

### 《B問題》

3. 次の計算をなさい。

$-2\sqrt{6} \times 2\sqrt{2}$	$3\sqrt{3} \times (-\sqrt{18})$
$= -2 \times 2 \times \sqrt{3 \times 2 \times 2}$	$= -3\sqrt{3 \times 3 \times 3 \times 2}$
$= -8\sqrt{3}$	$= -9\sqrt{6}$

$\sqrt{54} \times \sqrt{12}$	$(2\sqrt{5})^2$
$= \sqrt{3 \times 3 \times 6} \times \sqrt{6 \times 2}$	$= 2 \times 2 \times \sqrt{5} \times \sqrt{5}$
$= 18\sqrt{2}$	$= 20$

$(-2\sqrt{7})^2$	$\sqrt{48} \div (-2\sqrt{3})$
$= 2 \times 2 \times \sqrt{7} \times \sqrt{7}$	$= 4\sqrt{3} \div (-2\sqrt{3})$
$= 28$	$= -2$

4. 次の計算をなさい。

$3 + 6\sqrt{3} - 4\sqrt{3}$	$3\sqrt{5} - 2\sqrt{2} - \sqrt{5}$
$= 3 + (6-4)\sqrt{3}$	$= (3-1)\sqrt{5} - 2\sqrt{2}$
$= 3 + 2\sqrt{3}$	$= 2\sqrt{5} - 2\sqrt{2}$

$\sqrt{24} + \sqrt{6}$	$4\sqrt{7} - \sqrt{63}$
$= 2\sqrt{6} + \sqrt{6}$	$= 4\sqrt{7} - 3\sqrt{7}$
$= 3\sqrt{6}$	$= \sqrt{7}$

### 《チャレンジ問題》

5. 次の計算をなさい。

$$\sqrt{14} \times \sqrt{6} \div \sqrt{7}$$

$$= \sqrt{\frac{14 \times 6}{7}} = 2\sqrt{3}$$

$$8\sqrt{2} \times \sqrt{15} \div \sqrt{5}$$

$$= 8 \times \sqrt{\frac{2 \times 15}{5}} = 8\sqrt{6}$$

$$3\sqrt{2} + \sqrt{50} - \sqrt{8}$$

$$= 3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - 2\sqrt{2}$$

$$= 6\sqrt{2}$$

$$\sqrt{20} - \sqrt{32} - \sqrt{5} + \sqrt{18}$$

$$= 2\sqrt{5} - 4\sqrt{2} - \sqrt{5} + 3\sqrt{2}$$

$$= \sqrt{5} - \sqrt{2}$$

## 8 平方根 ( 3 )

【分母に根号をふくまない式に変形】

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a} \times \sqrt{b}}{\sqrt{b} \times \sqrt{b}} = \frac{\sqrt{ab}}{b}$$

例  $\cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{10}}{5}$

《A問題》

1. 次の数の分母を根号のない形にしろ。

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

$$\frac{1}{\sqrt{6}} = \frac{1 \times \sqrt{6}}{\sqrt{6} \times \sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}}{6}$$

$$\frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{5} \times \sqrt{3}}{2\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{15}}{6}$$

$$\frac{3\sqrt{7}}{\sqrt{12}} = \frac{3\sqrt{7} \times \sqrt{3}}{2\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{21}}{2}$$

【いろいろな計算】

例  $\cdot \sqrt{2}(\sqrt{6} + 2\sqrt{3})$

$$= \sqrt{2} \times \sqrt{6} + \sqrt{2} \times 2\sqrt{3}$$

$$= \sqrt{2 \times 2 \times 3} + 2\sqrt{2 \times 3}$$

$$= 2\sqrt{3} + 2\sqrt{6}$$

$$\cdot (\sqrt{3} + 2)(\sqrt{3} + 5)$$

$$= (\sqrt{3})^2 + (2+5) \times \sqrt{3} + 2 \times 5$$

$$= 3 + 7\sqrt{3} + 10$$

$$= 13 + 7\sqrt{3}$$

2. 次の計算をしろ。

$$\sqrt{5}(4\sqrt{3} + \sqrt{2})$$

$$= 4\sqrt{15} + \sqrt{10}$$

$$(\sqrt{2} - 2)(\sqrt{2} + 4)$$

$$= (\sqrt{2})^2 + (-2+4) \times \sqrt{2} - 2 \times 4$$

$$= 2 + 2\sqrt{2} - 8$$

$$= -6 + 2\sqrt{2}$$

《B問題》

3. 次の計算をしろ。

$$\sqrt{32} - \frac{6}{\sqrt{2}} = 4\sqrt{2} - \frac{6 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = 4\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = \sqrt{2}$$

$$\sqrt{27} + \frac{15}{\sqrt{3}} = 3\sqrt{3} + \frac{15 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = 3\sqrt{3} + 5\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$$

$$\sqrt{20} - \frac{7}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{5} - \frac{7 \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = 2\sqrt{5} - \frac{7\sqrt{5}}{5} = \frac{3\sqrt{5}}{5}$$

$$3\sqrt{3}(2\sqrt{3} - \sqrt{6}) = 3\sqrt{3} \times 2\sqrt{3} - 3\sqrt{3} \times \sqrt{6} = 18 - 9\sqrt{2}$$

$$(\sqrt{30} - 6\sqrt{3}) \div \sqrt{6} = \sqrt{5} - \frac{6\sqrt{3} \times \sqrt{6}}{\sqrt{6} \times \sqrt{6}} = \sqrt{5} - 3\sqrt{2}$$

$$(\sqrt{5} + 3)(\sqrt{5} - 2) = 5 + \sqrt{5} - 6 = -1 + \sqrt{5}$$

$$(\sqrt{7} + 2)^2 = 7 + 4\sqrt{7} + 4 = 11 + 4\sqrt{7}$$

$$(2\sqrt{3} - \sqrt{2})^2 = 12 - 4\sqrt{6} + 2 = 14 - 4\sqrt{6}$$

$$(3\sqrt{3} + \sqrt{5})(3\sqrt{3} - \sqrt{5}) = (3\sqrt{3})^2 - (\sqrt{5})^2 = 27 - 5 = 22$$

《チャレンジ問題》

$$(\sqrt{6} - \sqrt{3})^2 + (\sqrt{7} - 4)(\sqrt{7} + 4)$$

$$= (\sqrt{6})^2 - 2 \times \sqrt{6} \times \sqrt{3} + (\sqrt{3})^2 + (\sqrt{7})^2 - 4^2$$

$$= 6 - 6\sqrt{2} + 3 + 7 - 16$$

$$= -6\sqrt{2}$$