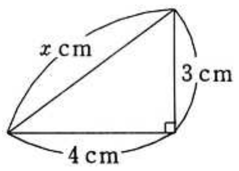
7　三平方の定理（1）平方の定理

《A問題》

1．次の図で，x の値を求めなさい。

①



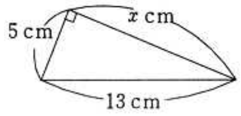
$\boxed{4}^2+\boxed{3}^2=\boxed{x}^2$

$x^2=\boxed{16}+\boxed{9}$

$x^2=\boxed{25}$

$\chi>0$ より　$x=\;5$

②



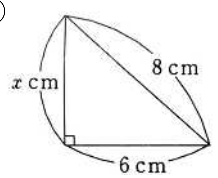
$5^2+x^2=13^2$

$x^2=169-25$

$x^2=144$

$x>0$ より　$x=12$

③



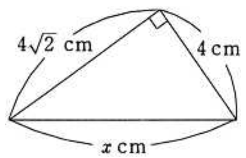
$x^2+6^2=8^2$

$x^2=64-36$

$x^2=28$

$x>0$ より　$x=2\sqrt{7}$

④



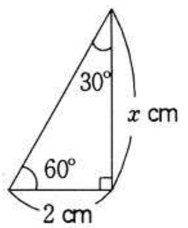
$(4\sqrt{2})^2+4^2=x^2$

$x^2=32+16$

$x^2=48$

$x>0$ より　$x=4\sqrt{3}$

⑤



$2:x=1:\sqrt{3}$

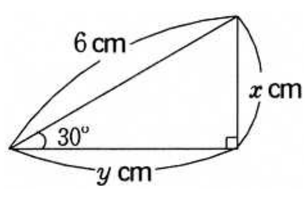
$x\times1=2\times\sqrt{3}$

$x=2\sqrt{3}$

《B問題》

2．次の図で，x，y の値を求めなさい。

①



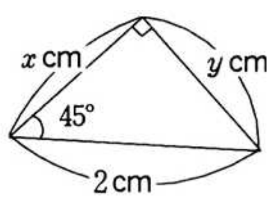
$x:6=1:2$

$x=3$

$3:y=1:\sqrt{3}$

$y=3\sqrt{3}$

②



$x:2=1:\sqrt{2}$

$\sqrt{2}\,x=2$

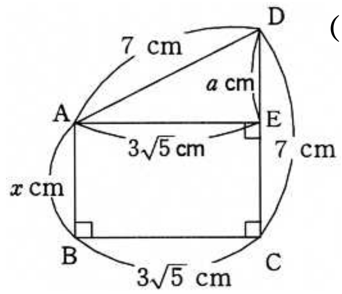
$x=\dfrac{2}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$

$y=\sqrt{2}$

$x=\sqrt{2}$，　$y=\sqrt{2}$

3．次の図で，x の値を求めなさい。

①



△AEDで三平方の定理より

$(3\sqrt{5})^2+a^2=7^2$

$a^2=49-45$

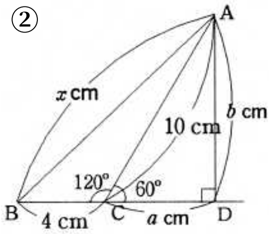
$a^2=4$

$a>0$ より　$a=2$

$x=7-a$　より

$x=5$

②



△ACDで辺の比を利用して

$a:10=1:2$ より

$a=5$

$5:b=1:\sqrt{3}$ より

$b=5\sqrt{3}$

△ABDで三平方の定理より

$(4+5)^2+(5\sqrt{3})^2=x^2$

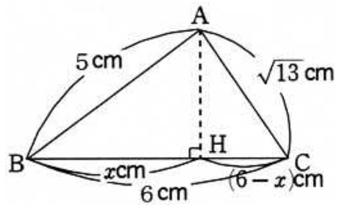
$x^2=81+75$

$x^2=156$

$x>0$ より　$x=2\sqrt{39}$

《チャレンジ問題》

4．図のような△ABCで，辺BCを底辺としたときの高さAHを求めなさい。



△ABHで三平方の定理より

$AH^2+x^2=5^2$

$AH^2=25-x^2$　・・・①

△ACHで三平方の定理より

$AH^2+(6-x)^2=(\sqrt{13})^2$

$AH^2=13-(6-x)^2$　・・・②

①，②より

$25-x^2=13-(6-x)^2$

$12x=48$

$x=4$

△ABHで三平方の定理より

$AH^2+4^2=5^2$　　$AH^2=25-16$

$AH>0$ より　$AH=3$　　答　3 ㎝

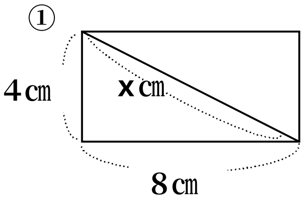
7　三平方の定理（２）

三平方の定理の利用

《A問題》

１．次の図においてxの値を求めなさい。

①

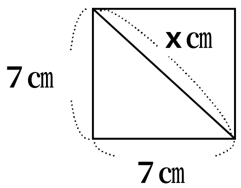


$$\sqrt{4^2+8^2}=\sqrt{16+64}$$

$$=\sqrt{80}=4\sqrt{5}$$

$x=\quad 4\sqrt{5}\quad$（cm）

②

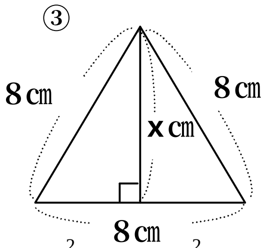


$$\sqrt{7^2+7^2}=\sqrt{49+49}$$

$$=\sqrt{98}=7\sqrt{2}$$

$x=\quad 7\sqrt{2}\quad$（cm）

③



二等辺三角形の頂点から下ろした垂線は底辺を二等分するので左図のようになる。三平方の定理を利用すると

$$x^2=\circ\ -4^2$$

$$x^2=64-16$$

$$x^2=48$$

χ＞０より

$$x=\sqrt{48}$$

$$x=4\sqrt{3}$$

$x=\quad 4\sqrt{3}$（cm）

２．次の２点A，B間の距離を求めなさい。

①　A（８，１０）　B（３，０）

$$AB=\sqrt{(8-3)^2+(10-0)^2}=\sqrt{5^2+10^2}$$

$$=\sqrt{125}=5\sqrt{5}$$

AB＝　$5\sqrt{5}$

②　A（－３，５）　B（３，－３）

$$AB=\sqrt{(-3-3)^2+\{5-(-3)\}^2}=\sqrt{(-6)^2+8^2}$$

$$=\sqrt{36+64}=\sqrt{100}=10$$

AB＝　１０

３．次の立体の対角線の長さを求めなさい。

①　縦，横，高さがそれぞれ３cm，５cm，８cmである直方体

$$\sqrt{3^2+5^2+8^2}=\sqrt{9+25+64}$$

$$=\sqrt{98}=7\sqrt{2}$$

$7\sqrt{2}$　cm

②　一辺の長さが１０cmである立方体

$$\sqrt{10^2+10^2+10^2}=\sqrt{100+100+100}$$

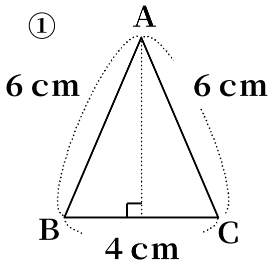
$$=\sqrt{300}=10\sqrt{3}$$

$10\sqrt{3}$　cm

《B問題》

4．

①



頂点Aから辺BCに垂線を下ろすと左図のようになる。△ABCの高さをｈとすと

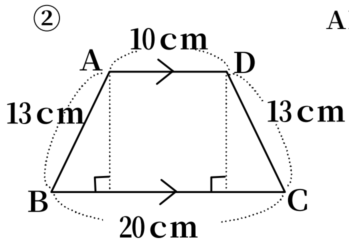
$h=\sqrt{6^2-2^2}=\sqrt{36-4}$

$=\sqrt{32}=4\sqrt{2}$

△ABCの面積　＝　$4\times4\sqrt{2}\div2=8\sqrt{2}$

$8\sqrt{2}$　㎠

②



AD//BCとする

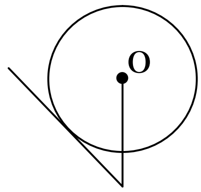
頂点A，Dからそれぞれ BCに垂線を下ろすと左図のようになる。台形の高さを ｈ とすると

$h=\sqrt{13^2-5^2}=\sqrt{169-25}=\sqrt{144}=12$

台形の面積 ＝ $(10+20)\times12\div2=180$

１８０　㎠

5．　円の中心と接点を結んだ線分は接線と垂直に交わるので△ＯＰＱは直角三角形。よって三平方の定理より



PQ ＝ $\sqrt{10^2-7^2}=\sqrt{100-49}=\sqrt{51}$

PQ＝ $\sqrt{51}$　cm

6．

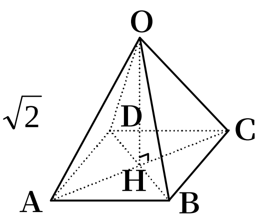
①△ＨＡＢは直角二等辺三角形より

AH：AB＝１：$\sqrt{2}$

つまり　AH：６＝１：$\sqrt{2}$

$\sqrt{2}$ AH＝６　AH＝$3\sqrt{2}$

次に，ＯＡＨは直角三角形より



OH＝$\sqrt{OA^2-AH^2}$

$=\sqrt{9^2-(3\sqrt{2})^2}=\sqrt{81-18}=\sqrt{63}=3\sqrt{7}$

OH＝ $3\sqrt{7}$　cm

②

四角すいの体積＝底面積×高さ÷３　より

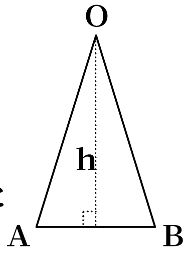
$6\times6\times3\sqrt{7}\div3=36\sqrt{7}$

$36\sqrt{7}$　㎤

③

△ＯＡＢは二等辺三角形。

この高さを右図のようにｈとすると



$h=\sqrt{9^2-3^2}=\sqrt{81-9}=\sqrt{72}=6\sqrt{2}$

よって△ＯＡＢの面積＝$6\times6\sqrt{2}\div2=18\sqrt{2}$

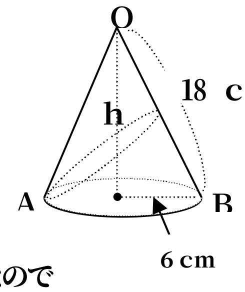
正四角すいの４つの側面は合同な三角形なので，

$18\sqrt{2}\times4=72\sqrt{2}$　　$72\sqrt{2}$　㎠

《チャレンジ問題》

7．①

右図のように円すいの高さをｈとすると



$h=\sqrt{18^2-6^2}=\sqrt{324-36}$

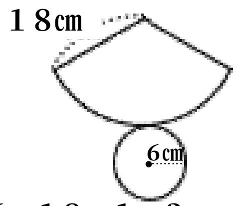
$=\sqrt{288}=12\sqrt{2}$

円錐の体積＝底面積×高さ÷３なので

$6\times6\times\pi\times12\sqrt{2}\div3=144\sqrt{2}\pi$

$144\sqrt{2}\pi$　㎤

②　円すいを展開すると右図のような円とおうぎ形になるので，それぞれの面積を求めればよい。



円の面積＝$6\times6\times\pi$

＝36π

また，の半径：扇形の半径＝６：１８＝１：３

なので，この扇形は半径18 ㎝の円の$\frac{1}{3}$ の大きさ（中心角120°の扇形）になる。

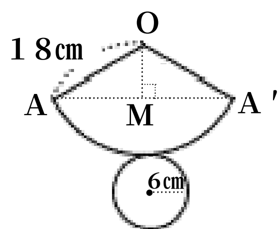
扇形の面積＝$18\times18\times\pi\times\frac{1}{3}=108\pi$

よって表面積は$36\pi+108\pi=144\pi$

144π　㎠

③　下図のように、側面を展開した両端をA，A'とする。この問題を「Aを出発してA'に戻る」と考えるとその最短距離は線分AA'の長さになる。

△OAA' は二等辺三角形なので，AA'の中点をM とすると$AA'\perp OM$ となる。



よって△$OAM\equiv$△$OA'M$であるから

$\angle AOM=\angle A'OM=60^\circ$

△OAM は30°,60°,90°の直角三角形なので

$OA:AM=2:\sqrt{3}$

$18:AM=2:\sqrt{3}$

$2AM=18\sqrt{3}$　$AM=9\sqrt{3}$

$AM=A'M$ なので$AA'=18\sqrt{3}$

$18\sqrt{3}$　cm