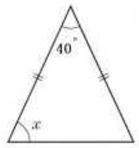
4　三角形と四角形（1）

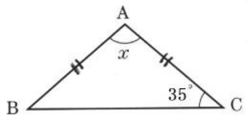
三角形

《A問題》　1．

①



②



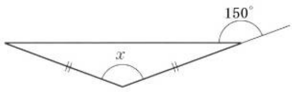
$(180-40)\div 2=70$

$\angle x=$　70°

$180-35\times 2=110$

$\angle x=$　110°

③

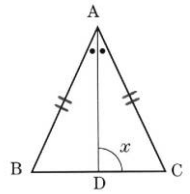


$180-(180-150)\times 2$

$=120$

$\angle x=$　120°

④



二等辺三角形の頂角の二等分線は，底辺を垂直に2等分するので，$\angle x=90^\circ$

$\angle x=$　90°

2．

△ABC ≡ △ LKJ

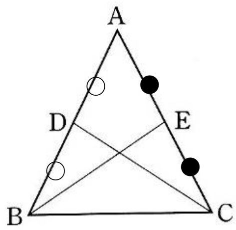
（ 斜辺と１つの鋭角がそれぞれ等しい ）

△DEF ≡ △ ＩGH

（ 斜辺と他の１辺がそれぞれ等しい ）

《B問題》

3．［証明］



△BECと△CDBにおいて，A

角形の定義）…①

$EC=\dfrac{1}{2}AC$（Eは中点）…②

$DB=\dfrac{1}{2}AB$（Dは中点）…③

①②③より

EC＝DB…④

∠ECB＝∠DBC（二等辺三角形の底角）…⑤

BC＝CB（共通な辺）…⑥

④⑤⑥より，

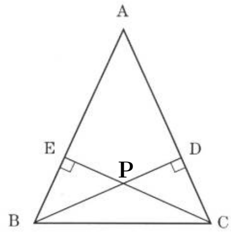
２辺とその間の角がそれぞれ等しいので

△BEC≡△CDB

合同な図形では対応する線分の長さは等しいの

BE＝CD

4．



［証明］

△BCDと△CBEにおいて，

∠BDC＝∠CEB＝90°

（BD，CEは垂線）…①

BC＝CB（共通な辺）…②

∠BCD＝∠CBE（二等辺三角形の底角）…③

①②③より，

直角三角形の斜辺と１つの鋭角がそれぞれ等しいの

△BCD≡△CBE

合同な図形では対応する角の大きさは等しいので，

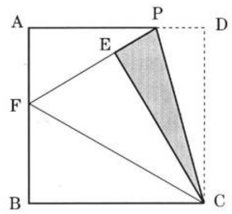
∠CBD＝∠BCE…④

④より，△PBCにおいて２つの角が等しいので，

△PBCは二等辺三角形である。

《チャレンジ問題》

5．［証明］



△FCEと△FCBにおいて，

∠PEC＝∠PDC＝90°

（折り返した角なので）

よって、

∠FEC＝　180°－∠PEC＝90°

よって

∠FEC＝∠FBC＝90°…①

FC＝FC（共通な辺）…②

EC＝DC＝BC…③

①②③より，

直角三角形で、斜辺と他の１辺がそれぞれ等しいので

△FCE≡△FCB

合同な図形では対応する角の大きさは等しいので，

∠FCE＝∠FCB

4　三角形と四角形（2）

平行四辺形の性質

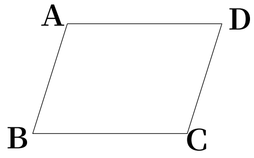
《A問題》

１．平行四辺形の性質①を証明しなさい。

四角形ＡＢＣＤで

[仮定]　ＡＢ//ＤＣ，ＡＤ//ＢＣ

[結論]　ＡＢ＝ＤＣ，ＡＤ＝ＢＣ



<ヒント>
辺の長さが等しいことを
三角形の合同を利用して
説明する。

[証明]　対角線ＡＣをひく（上の図に記入！）

△ＡＢＣと△$\boxed{\text{CDA}}$　で

ＡＢ//ＤＣだから ∠ＢＡＣ＝∠$\boxed{\text{DCA}}$ …①(錯角)

ＡＤ//ＢＣだから ∠ＢＣＡ＝∠$\boxed{\text{DAC}}$ …②(錯角)

また，ＡＣ＝$\boxed{\text{CA}}$ …③ であるから，

①②③より

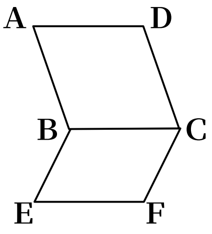
$\boxed{\text{１辺とその両端の角がそれぞれ等しい}}$ので

△ＡＢＣ≡$\boxed{\text{△CDA}}$

よって，　ＡＢ＝ＤＣ，ＡＤ＝ＢＣ

《B問題》

２．右の図で，四角形ＡＢＣＤと四角形ＢＥＦＣはどちらも平行四辺形である。このとき，
ＡＤ＝ＥＦ，ＡＤ//ＥＦであることを証明しなさい。



[証明]

四角形ＡＢＣＤは平行四辺形だから

ＡＤ//$\boxed{\text{BC}}$ …①　　ＡＤ＝$\boxed{\text{BC}}$ …②

四角形ＢＥＦＣも平行四辺形だから

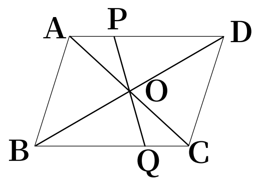
ＢＣ//$\boxed{\text{EF}}$ …③　　ＢＣ＝$\boxed{\text{EF}}$ …④

①③より　ＡＤ//$\boxed{\text{EF}}$

②④より　ＡＤ＝$\boxed{\text{EF}}$

《チャレンジ問題》

３．下の図の平行四辺形ＡＢＣＤで点Ｏは対角線の交点，ＰＱは点Ｏを通る直線であるとき，
ＯＰ＝ＯＱ を証明しなさい。



[証明] △ＡＯＰと△ＣＯＱで

点Ｏは対角線の交点だから

ＡＯ＝ＣＯ …①

ＡＤ//ＢＣ だから

∠ＯＡＰ＝∠ＯＣＱ …② (錯角)

また，∠ＡＯＰ＝∠ＣＯＱ …③ (対頂角)

①②③より

１辺とその両端の角がそれぞれ等しいので

△ＡＯＰ≡△ＣＯＱ

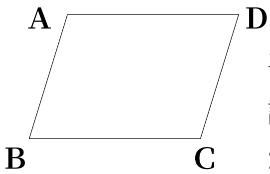
よって　ＯＰ＝ＯＱ

4　三角形と四角形（3）

平行四辺形になる条件

《A問題》

1．　四角形で「2組の向かいあう辺が，それぞれ等しい（上の②の場合)」とき，平行四辺形になることを証明したい。次の [　　] うめなさい。



<ヒント>
平行四辺形であることを証明するには，２組の向かいあう辺が平行をいう。
その平行をいうためには？

[証明]

対角線ＡＣをひく　（上の図に記入！）

△ＡＢＣ と [△　ＣＤＡ] で

仮定より（問題にかいてあるから使ってよい）

ＡＢ＝ [ＣＤ] …①

ＢＣ＝ [ＤＡ] …②

また、ＡＣ＝ [ＣＡ] （ [共　通] ）…③

①②③　より

[３辺がそれぞれひとしい] ので

△ＡＢＣ≡ [△ＣＤＡ]

よって，対応する角が等しいことより

∠ＢＡＣ＝ [∠　ＤＣＡ] だから

錯角が等しいので　ＡＢ // [ＤＣ] …④

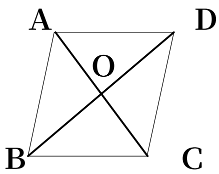
また，　∠ＡＣＢ＝ [∠　ＣＡＤ] だから

錯角が等しいので　ＡＤ // [ＢＣ] …⑤

④⑤から，２組の向かいあう辺が，それぞれ平行だから四角形ＡＢＣＤは平行四辺形となる。

《B問題》

2．下の図の四角形ＡＢＣＤで，次の条件であるとき，平行四辺形になるために必要な残りの条件を①～⑥から１つずつ選びなさい。



（1）ＡＢ＝ＤＣ

（2）ＡＤ//ＢＣ

（3）ＡＯ＝ＣＯ

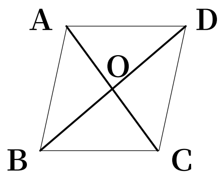
（4）∠ＡＢＣ＝∠ＡＤＣ

①　ＡＢ＝ＡＤ　②　ＡＢ＝ＤＣ　③　ＡＤ＝ＢＣ
④　ＢＯ＝ＤＯ　⑤ ∠ＢＡＤ＝∠ＡＢＣ
⑥　∠ＢＡＤ＝∠ＢＣＤ

（1）　③　（2）　③　（3）　④　（4）　⑥

《チャレンジ問題》

3．四角形ＡＢＣＤで，対角線ＡＣ，ＢＤの交点をＯとするとき，ＡＯ ＝ ＣＯ，ＢＯ ＝ ＤＯならばＡＢ//ＤＣ，ＡＤ//ＢＣであることを証明しなさい。



[証明]

△ＡＢＯと△ＣＤＯで

仮定より　ＡＯ＝ＣＯ　…①

ＢＯ＝ＤＯ　…②

また，∠ＡＯＢ＝∠ＣＯＤ（対頂角）…③

だから，①②③より

２辺とその間の角がそれぞれ等しい　ので

△ＡＢＯ≡△ＣＤＯ

よって，∠ＢＡＣ＝∠ＤＣＡだから

錯角が等しいので

ＡＢ//ＤＣ …④

同様にして，

△ＡＯＤ≡△ＣＯＢ

よって，∠ＡＣＢ＝∠ＣＡＤ　だから

錯角が等しいので

ＡＤ//ＢＣ …⑤

（④⑤から，２組の向かいあう辺が，それぞれ等しい四角形は，平行四辺形である。）

長方形の定義　…　４つの角がすべて等しい四角形
ひし形の定義　…　４つの辺がすべて等しい四角形
正方形の定義　…　４つの角がすべて等しく，４つの辺もすべて等しい四角形